

熱陰極型クルックス管の低エネルギーの電子線の挙動

- ねらい
- ・電子線の電子は相手にエネルギーを与えることで放射線の性質を失うことを理解する。
 - ・遅い電子線が磁場に敏感であることを利用して、地球磁場からのローレンツ力を観察し、磁束密度を計測する。

授業の流れ

I. クルックス管の実験の経験の有無の確認

記憶を確認させる。ほとんどの生徒が中学生のときに実験を見ている。生徒に確認すると、経験していないのは本校（中高一貫校である）を含む数校の出身者のみである。ちなみに本校は、一昨年にクルックス管を購入したが、そのときに漏洩 X 線対策として熱陰極型クルックス管を選択した。

II. 印加電圧 300 V での観察

クルックス管の陰極から何かが放射されていることを実験で確認する。

中学校で行う十字入りクルックス管の影の有無を見る実験を熱陰極型クルックス管で行う。目的は、生徒自身の記憶とこの実験をリンクさせることと、実験の解釈の方法を確認することである。あえて熱陰極型という説明はしない。

この実験からわかることは、

- ①何かが陰極側から放出されていること、
 - ②影ができることから、それが直進していること、
- の2つであることを確認する。この実験からは放出されているものが電子であることはわからないことに気付かせる。電流計をつなぐ（マルチメーターを使用した）ことで電子線が視認できる先端以降もキャリアとして電子が移動していることに気付かせる。

III. 印加電圧を 0 V から 110 V で変化させて観察

電子線の長さが伸びたり縮んだりするのを見せる。陰極から放出された電子が、先端では速度が（ほぼ）0 になっていることに気付かせる。そして、なぜ遅くなったかを考えさせ、ヘリウムを励起させることと自らがエネルギーを失うことがセットだと気付かせる。（写真1）

IV. 地球磁場で偏向する電子の観察

クルックス管を地球の磁場の俯角に傾けたアルミの回転台に載せて印加電圧を 110 V にする。電子の到達点に注目させながら電子を放出する向きを東向きから西向きに変化させる。生徒は電子の到達点の回転台に対して垂直に動くことを簡単に認識できる。さらに手を使ってフレミング左手の法則を確認させる。（写真2，3）

V. 地球磁場の大きさを測る

加速電圧の変化に対応した電子の到達点をマークし、地球磁場の磁束密度を求める。授業では、測定したものを見せて、値を与えて求めさせた。

円運動をすることに考慮して、電子の速さを v [m/s] とし、諸量を図 1,2 のようにおくと、磁束密度 B [T] は

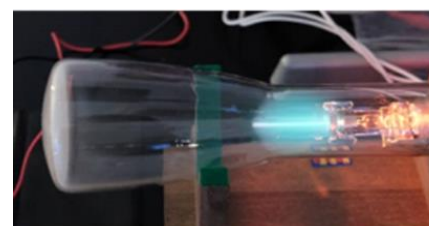


写真1 クルックス管の加速電圧 81 V の場合における電子線の様子：肉眼では線がよく見え、散乱は目立たない



写真2（上）電子を東向きに放出

写真3（下）電子を西向きに放出

クルックス管の設置平面は写真上側に磁場の俯角に合わせて傾けてある

$$B = \frac{2\Delta x m v}{e(\Delta x^2 + l^2)} \quad \text{となる。}$$

ただし、電子の速さ v は減速するので一定ではない。電源の仕事はすべて運動エネルギーになると仮定すると、200 V で計算すれば有効桁1で初速と平均の速さは等しい。後掲の参考1で説明する。

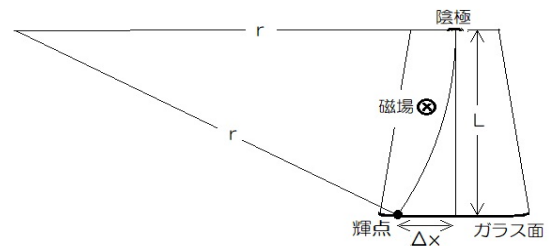


図1 電子線の軌道と諸量の定義

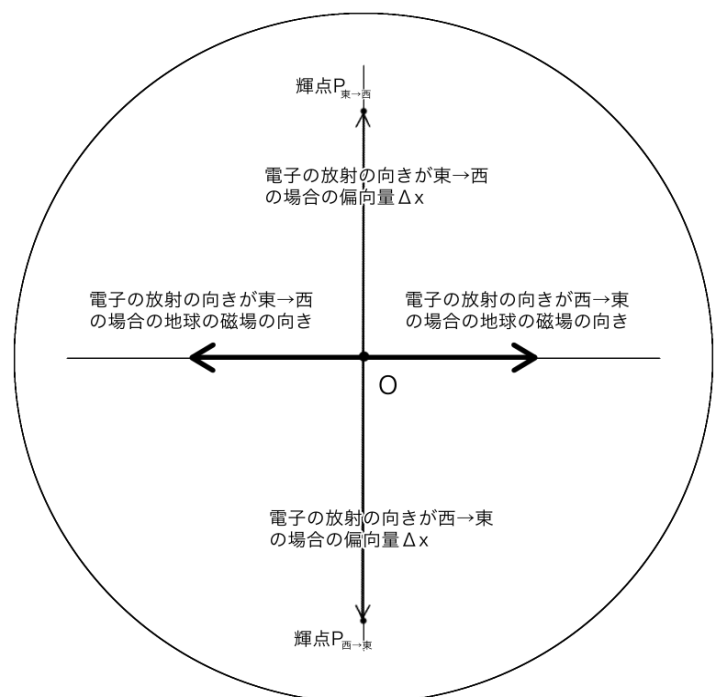


図2 円形ガラス面上の磁場の向きと電子線の偏向量 Δx (生徒作成)

生徒の反応と考察

II について

・実験結果からわかることとわからないこと（電子であること）の区別ができない生徒が多かったので、良い教材になった。

III について

- ・電圧調整つまみを回すと長さの変化がすぐに追隨するのを面白がっていた。
- ・「ライトセーバーだ（映画『スターウォーズ』に登場する武器）」と言って生徒たちが面白がっていた。：ありえないものが見えたという感動を表現しているのではないか。
- ・「見えなくなる＝電子がなくなる」という誤認識から『見えなくなる＝（ほぼ）止まる』まで至る生徒

はいるが、ヘリウムが発光しているのは電子がエネルギーを与えているからで、それゆえ電子はエネルギーを失う、という機序への誘導は大変だった。

IVについて

- ・ 選択者 15 人の授業だったので、クルックス管の周りに集めて、何度か向きを変えることで全員が偏向を認識できた。
- ・ 認識できた時には「うわー」「ほんとだー」などと感動していた。

Vについて

- ・ 理論を説明し、結果の式と測定値を与えて計算させた。理論通りに求められるという体験で留め置いた。
- ・ 点の位置を正確に取るのは肉眼では難しい。時間がかかるが、科学研究部の活動としては行った。また、カメラを使って比較的簡単に正確に測定できたが、面白みには欠けると感じた。



写真 4 200 V(青)、150 V(黒)、110 V(赤)
のときの輝点の位置

終わりに

- ・ 漏洩 X 線対策として近年販売されるようになった熱陰極型クルックス管を購入すると、付属電源は 300 V の印加電圧で固定である。この電源では、途中で止まる電子線の観察はできないが、偏向の変化の観察と測定をすることはできる。
- ・ 偏向の観察を印象的にするためにパソコン用アルミの回転台を使ったが、通販で 2 千円台で購入できる。
- ・ 霧箱で観察すると、アルファ線やベータ線の軌跡が途中で消える。その際にヘリウムや電子は消えないことの理解に利用できる

参考文献等

高等学校改訂版物理 数研出版

※ 1 国土地理院 HP 磁気図 <https://www.gsi.go.jp/common/000237173.pdf> 20220225 閲覧
図 2 以外の写真と図表はオリジナルである。

(参考 1) 磁束密度の計算

電子はローレンツ力で等速円運動をするが、その運動方程式は、図 1 のように、クルックス管の陰極から円形ガラス面までを l [m]、磁場がない場合の輝点と磁場がある場合の輝点の 2 点間の距離を Δx [m]、電子の起動半径を r [m]、電子の電荷、質量、速さを e [C]、 m [kg]、 v [m/s]、加速電圧を V [V]、磁束密度を B [T] とすると、

$$m \frac{v^2}{r} = evB$$
$$\therefore B = \frac{mv}{er} \quad \text{①}$$

また、三平方の定理より

$$r^2 = l^2 + (r - \Delta x)^2$$

$$\therefore r = \frac{(\Delta x^2 + l^2)}{2\Delta x} \quad (2)$$

②を①に代入して

$$B = \frac{2\Delta x m v}{e(\Delta x^2 + l^2)} \quad (3)$$

電場が電子にする仕事は運動エネルギーになるので、 $\frac{1}{2}mv^2 = eV$

ここで、100 eV 程度のエネルギーの電子の速度は、光速の 2 % 程度なので、相対論的取り扱いはいらない。

$$\therefore v = \sqrt{\frac{2eV}{m}} \quad (4)$$

④を③に代入して

$$B = \frac{2\Delta x}{\Delta x^2 + l^2} \sqrt{\frac{2mV}{e}} \quad (5)$$

以上のように、 Δx , V , l を測定することで、磁束密度を導出できる。

クルックス管の固定面を俯角まで傾けたため、2つの輝点は固定する面に垂直に並び、 Δx はその間の距離の半分となり、生徒にとってわかりやすいものになった。

(参考 2) 円形ガラス面に衝突する直前の速さ

電子線を磁力線の方で磁南に発射する場合の加速電圧と電子線の長さの関係と、外挿したグラフは図 3 のようになった。クルックス管の太さがある程度大きくなると、電子のエネルギー損失量は距離に比例する。ヘリウムとの衝突による損失だけが増えるからと考えられる。電子のエネルギーの 1m 当たりの損失 S eV/m は、任意の 2 点の座標を選んだ計算すると

$$S = \frac{150-110}{52.5-19.5} = 1.21 \times 10^2 \text{ eV/m} \quad (6)$$

円形ガラス面に到達している場合の加速電圧が V V のときの仮想的な電子線の長さを L m とすると、円形端面での電子のエネルギーは $S(L-l)$ eV となるので、円形ガラス面に衝突する直前の速さを v' m/s とすれば、⑥を使って

$$\frac{1}{2}mv'^2 = eS(L-l)$$

$$\therefore v' = \sqrt{\frac{2eS(L-l)}{m}} \quad (7)$$

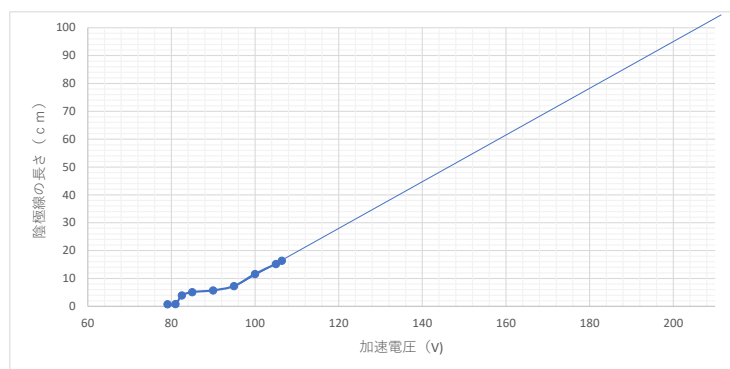


図 3 加速電圧と電子線の長さ

(参考 3) 測定値

建物などの影響を受けないように、校庭で高さ 1 m の磁束密度を測定した。スマホのアプリで磁束密度を観測し、安定していることを確認した。値はスマホの向きで変わるので、信頼できない。

正確に測定するために、クルックス管を水平に設置した。磁西、磁東に向けたときの 2 つの輝点間の

距離を Δy ，磁場の俯角を θ とおくと、 $\Delta x = \frac{y}{2\sin(90-\theta)}$

本校の磁束密度は国土地理院の磁気図によると $47 \mu\text{T}$ (※ 1) である。表 1, 2, 3 より、印加電圧 150 V , 200 V で、平均の速さで計算すれば、有効桁 1 で磁気図の値 $47 \mu\text{T}$ と一致する。

表 1 加速電圧と輝点間の距離

V [V]	110	150	200
Δy [m]	0.0205	0.0215	0.0180

表 2 電子の速さ

加速電圧 [V]	初速 v [m/s]	ガラス面での速さ v' [m/s]	減少率 [%] $\frac{v-v'}{v} \times 100$	$\frac{v+v'}{2}$ [m/s]
110	6.22×10^6	0	79	3.11×10^6
150	7.26×10^6	3.97×10^6	45	5.62×10^6
200	8.38×10^6	5.82×10^6	31	7.10×10^6

表 3 代入する速さと磁束密度

	加速電圧と磁束密度		
代入する速さ	110 V	150 V	200 V
初速	$46 \times 10^{-6} \text{ T}$	$56 \times 10^{-6} \text{ T}$	$54 \times 10^{-6} \text{ T}$
円形ガラス面	0 T	$31 \times 10^{-6} \text{ T}$	$37 \times 10^{-6} \text{ T}$
平均	$20 \times 10^{-6} \text{ T}$	$43 \times 10^{-6} \text{ T}$	$46 \times 10^{-6} \text{ T}$
(平均を代入した磁束密度) / (初速を代入した磁束密度)	0.43	0.77	0.85